PART4　関数の最大・最小

例題

次の関数の最大値，最小値を求めよ。

(1)　$y=x^3-6x^2+9x+5$ $(-1 \leqq x \leqq 4)$

(2)　$y=-4x^3+3x^2+6x-2$ $(0 \leqq x \leqq 2)$

Point Pickup

練習

次の関数の最大値，最小値を求めよ。

(1)　$y=2x^3-3x^2-12x$（$-2\leqq x\leqq 4$）

(2)　$y=-x^3+6x^2-9x$（$-1\leqq x\leqq 2$）

第 15 講　PART4 確認問題

次の関数の最大値，最小値を求めよ。

1　$y=-x^3+3x^2+9x \ (-2 \leqq x \leqq 1)$

$x=$ [ア] で最大値 [イウ]

$x=$ [エ] で最小値 [オカ]

をとる。

[[ア], [エ] の選択肢]

① -2　② -1　③ $-\frac{1}{2}$

④ 0　⑤ 1　⑥ 3

2　$y=2x^3+3x^2-12x+4 \ (-3 \leqq x \leqq 3)$

$x=$ [キ] で最大値 [クケ]

$x=$ [コ] で最小値 [サシ]

をとる。

[[キ], [コ] の選択肢]

① -3　② -2　③ -1

④ 1　⑤ 2　⑥ 3

PART4　関数の最大・最小

例題

次の関数の最大値，最小値を求めよ。

(1)　$y=x^3-6x^2+9x+5\ (-1\leqq x\leqq 4)$

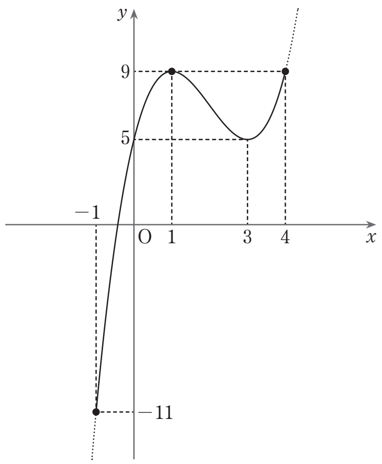
(2)　$y=-4x^3+3x^2+6x-2\ (0\leqq x\leqq 2)$

(1)　$y'=3x^2-12x+9=3(x-1)(x-3)$

$y'=0$ とすると　$x=1,\ 3$

よって，$-1\leqq x\leqq 4$ における y の増減表は以下。

x	-1	$\cdots$	1	$\cdots$	3	$\cdots$	4
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	-11	↗	9	↘	5	↗	9



したがって，

$x=1,\ 4$ で最大値 9

$x=-1$　で最小値 -11

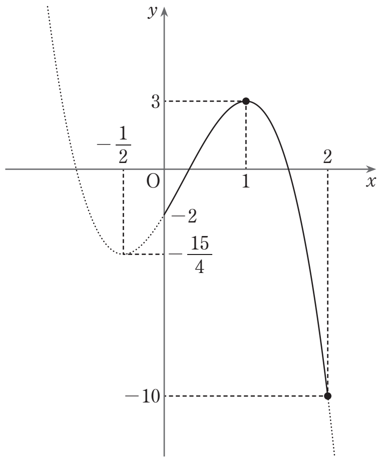
をとる。

(2)　$y'=-12x^2+6x+6=-6(2x^2-x-1)=-6(2x+1)(x-1)$

$y'=0$ とすると　$x=-\dfrac{1}{2},\ 1$

よって，$0\leqq x\leqq 2$ における y の増減表は以下。

x	0	$\cdots$	1	$\cdots$	2
y'		$+$	0	$-$	
y	-2	↗	3	↘	-10



したがって，

$x=1$ で最大値 3

$x=2$ で最小値 -10

をとる。

練習

次の関数の最大値，最小値を求めよ。

(1)　$y=2x^3-3x^2-12x$（$-2\leqq x\leqq 4$）

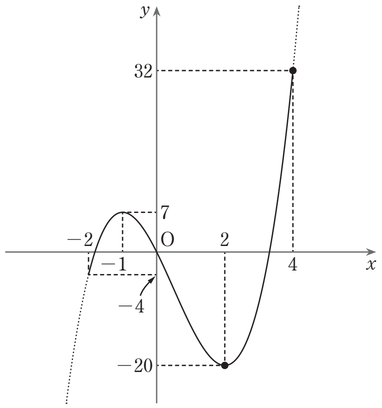
(2)　$y=-x^3+6x^2-9x$（$-1\leqq x\leqq 2$）

(1)　$y'=6x^2-6x-12=6(x+1)(x-2)$

$y'=0$ とすると　$x=-1,\ 2$

よって，$-2\leqq x\leqq 4$ における y の増減表は以下。

x	-2	$\cdots$	-1	$\cdots$	2	$\cdots$	4
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	-4	↗	7	↘	-20	↗	32



したがって，

$x=4$ で最大値 32

$x=2$ で最小値 -20

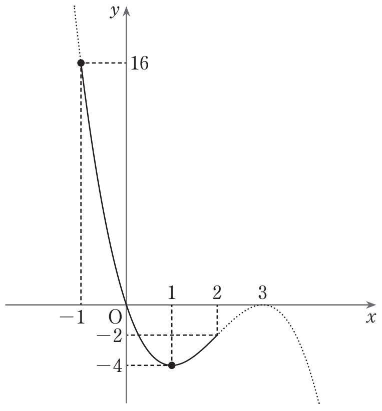
をとる。

(2)　$y'=-3x^2+12x-9=-3(x-1)(x-3)$

$y'=0$ とすると　$x=1,\ 3$

よって，$-1\leqq x\leqq 2$ における y の増減表は以下。

x	-1	$\cdots$	1	$\cdots$	2
y'		$-$	0	$+$	
y	16	↘	-4	↗	-2



したがって，

$x=-1$ で最大値 16

$x=1$ で最小値 -4

をとる。

第 15 講　PART4 確認問題 解答

1

[正解] ア：⑤，イウ：11，エ：②，オカ：−5

[解説]

$y=-x^3+3x^2+9x$ より

$$y'=-3x^2+6x+9=-3(x+1)(x-3)$$ [A]

$y'=0$ とすると

$$x=-1,\ 3$$

よって，$-2 \leqq x \leqq 1$ における y の増減表は以下のようになる。

x	-2	$\cdots$	-1	$\cdots$	1
y'		$-$	0	$+$	
y	2	↘	-5	↗	11

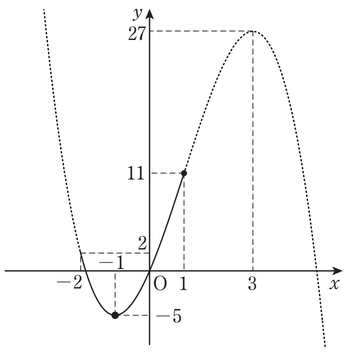
[A]

したがって

$x=1$ で最大値 11

$x=-1$ で最小値 −5

をとる。



[A]　関数 $f(x)$ の，ある区間における最大値，最小値を求める手順
導関数 $f'(x)$ を求め，増減表に区間内の極値と，区間の端における関数の値をかき，最大値，最小値を求める。

2 **[正解]** キ：⑥，クケ：49，コ：④，サシ：-3

[解説]

$y=2x^3+3x^2-12x+4$ より

$$y'=6x^2+6x-12=6(x+2)(x-1)$$ [B]

$y'=0$ とすると

$$x=-2,\ 1$$

よって，$-3 \leqq x \leqq 3$ における y の増減表は以下のようになる。

x	-3	$\cdots$	-2	$\cdots$	1	$\cdots$	3
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	13	↗	24	↘	-3	↗	49

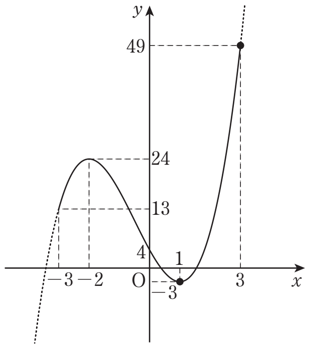
[B]

したがって

$x=3$ で最大値 49

$x=1$ で最小値 -3

をとる。



[B]　関数 $f(x)$ の，ある区間における最大値，最小値を求める手順
導関数 $f'(x)$ を求め，増減表に区間内の極値と，区間の端における関数の値をかき，最大値，最小値を求める。